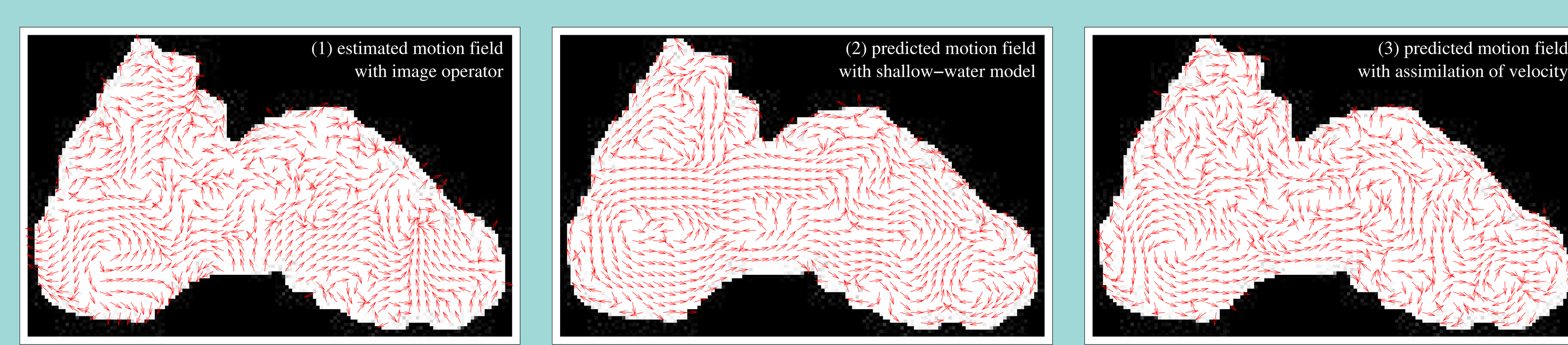
ASSIMAGE : ACI Masse de données 2003

Etude de techniques d'assimilations de données image dans des modèles de simulation de fluides géophysiques

F.−X. Le Dimet, I. Herlin, E. Huot, E. Mémin, J. Monnier

Les données images constituent une source d'information qui nest que peu utilisée dans le contexte de l'assimilation de données dans les modèles de simulation géophysiques. Pourtant, les images présentent des propriétés spatio−temporelles fondamentales pour l'étude des fluides géophysiques. Cette étude décrit quelques uns des travaux réalisés au sein de l'Action Concertée Incitative AssImage. L'une des principales avancées du travail réalisé dans le cadre d'Assimage est d'avoir mis au point des méthodologies génériques en se ramenant à des techniques de contrôle optimal.

Estimation et assimilation de la vitese apparente dans un modèle de circulation océanographique



Une estimation dense de la vitesse apparente de surface peut, être obtenue par analyse des sequences d'observations satellitaires de l'océan. L'approche classique consiste à faire l'hypothèse de conservation de la luminance, également connue sous le nom d'équation du flot optique. On lui adjoint une contrainte additionnelle, en cherchant un champ régulier. Dans le contexte du mouvement fluide dans les images océanographiques, nous utilisons l'équations modélisant le transport de la température dans l'océan :

$$\nabla T \cdot \mathbf{w} + \frac{\partial T}{\partial t} = K_T \Delta T.$$

une contrainte de régularité du type :

$$\min \int_{img} \alpha \|\nabla \mathrm{div} \mathbf{w}\|^2 + \beta \|\nabla \mathrm{curl} \mathbf{w}\|^2$$

et une résolution par champ de vecteur splines permettant de tenir compte de masques sur des zones de l'image où l'équation de conservation n'est pas respectée.

Le modèle de circulation océanographique que nous utilisons est un modèle *shallow-water* bidimensionnel implémenté pour la Mer Noire, les composantes du vecteur d'état $\mathbf{X}$ sont l'épaisseur de la couche d'eau h et sa vitesse $\mathbf{v}$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial (h\mathbf{v})}{\partial t} & + \quad \nabla \cdot (h\mathbf{v}\mathbf{v}) + f \times \mathbf{k}(h\mathbf{v}) \\ & = \quad -g' h \Delta h + \frac{\vec{\tau}}{\rho_0} + A_h \nabla^2 (h\mathbf{v}) \\ \dfrac{\partial h}{\partial t} + \nabla (h\mathbf{v}) = 0. & \end{cases}$$

Le forçage est réalisé par la tension du vent $\vec{\tau}$ et la bathymétrie. On fait l'hypothèse que les vitesses apparentes de surface $\mathbf{w}$, estimées par traitement d'image, sont équivalentes aux vitesses *shallow-water* $\mathbf{v}$ et on les assimile dans le modèle en utilisant une approche par *nudging*. On calcule l'analyse a telle que :

$$a = \lambda[\mathbf{w} - \mathbf{H}(\mathbf{X})] + \mathbf{X}.$$

où $\mathbf{H}$ est l'opérateur d'observation et λ le coefficient de *nudging* évalué *a priori*.

Assimilation de données lagrangiennes

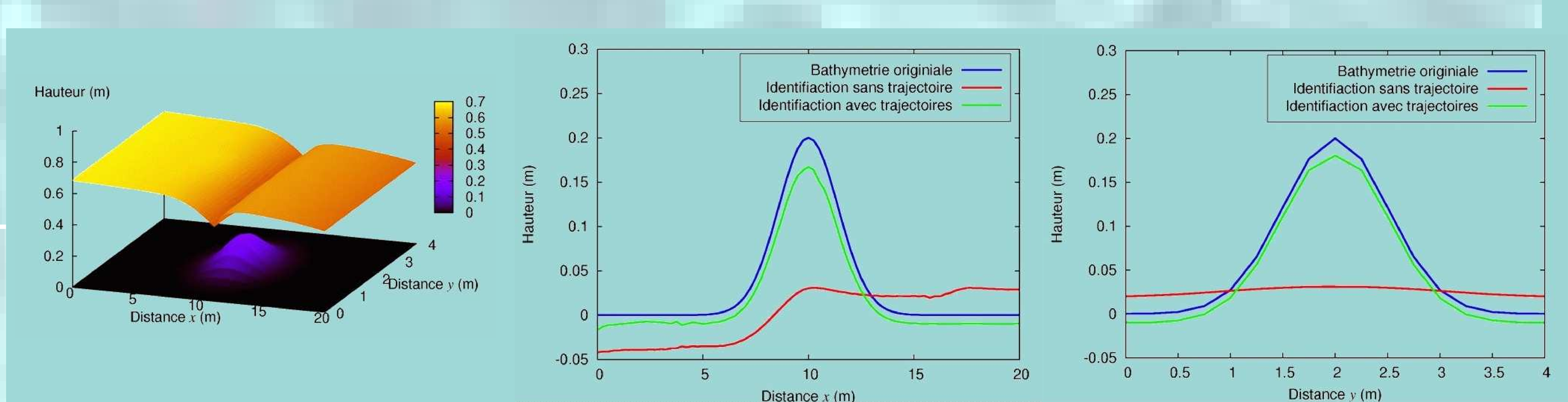
Les séquences d'images permettent aussi de reconstruire des trajectoires lagrangienes. La trajectoire d'une particule emportée par le courant vérifie le système :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{X}}{\partial t}(\mathbf{x}_0, t_0; t) = \mathbf{u}(\mathbf{X}(\mathbf{x}_0, t_0; t), t) \\ \mathbf{X}(\mathbf{x}_0, t_0; t_0) = \mathbf{x}_0 \end{cases}$$

Le modèle est un modèle *shallow-water* bidimensionnel, on cherche à minimiser la fonctionnelle :

$$J(\mathbf{X}) = \int_0^T \left(||h(t) - h^{obs}||^2 + ||\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^{obs}||^2 \right) dt.$$

Les premiers résultats de cette étude ont été obtenus en utilisant des observations simulées. On se place ainsi dans un cadre où l'on connaît tout du système simulé y compris la valeur du paramètre à identifier. On considère deux types d'observations : des observations de hauteur d'eau, en plusieurs points du domaine, de manière continue en temps ; des observations de trajectoires d'un certain nombre de particules lâchées dans l'écoulement et transportées par celui-ci.
On arrive alors à reconstituer à l'aide de ces informations type trajectoire une topographie locale survolée par les particules ; aussi une variation de débit amont est correctement identifiée.



Une approche d'assimilation de données variationnelle pour le suivi de vortex

Les contours du vortex $\Gamma(t), t \in [t_0; \tau]$ sont décrits comme la ligne de niveau zéro d'une surface implicite $\phi(\mathbf{x}, t) : \Omega \times [t_0; \tau] \to \Re$ telle que $\Gamma(t) = \{\mathbf{x} \in \Omega | \phi(\mathbf{x}, t = 0\}$. Le problème du suivi consiste à estimer l'état de la courbe Γ et donc de sa surface associée ϕ, sur toute la durée de la séquence d'images. Nous définissons une loi d'évolution dynamique de cette courbe en fonction du champ de vitesse $\mathbf{w}(t)$ et de la courbure κ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -(\mathbf{w} \cdot \mathbf{n} - \epsilon \kappa)||\nabla \phi||$$

à laquelle on ajoute une loi d'évolution du champ de vitesse représentée par le transport de la vorticité ξ et de la divergence ζ :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \xi}{\partial t} = \nu_\xi \Delta \xi - \mathbf{w} \cdot \nabla \xi \\ \dfrac{\partial \zeta}{\partial t} = \nu_\zeta \Delta \zeta \end{cases}$$

Ces deux séries d'équations forment le modèle d'évolution temporelle $\mathbb{M}$ de la variable d'état $\mathbf{X} = (\phi, \mathbf{w})$ dont la valeur initiale g est supoosée connue. On dispose d'observation y_n de ϕ et (u_n, v_n) de $\mathbf{w}$. Le problème s'écrit donc :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial X}{\partial t} + \mathbf{M}(\mathbf{X}) = \eta(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{X}(t_0) = g + \nu(\mathbf{x}) \\ \mathbf{Y}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{X}) + \varepsilon(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

où $\mathbf{x}$ représente les coordonnées spatiales dans l'image ; et η, ν et ε représentent des bruits gaussiens de moyenne nulles définies dans le domaine spatio-temporel.

La formulation du suivi se fait en termes de minimisation d'une fonctionnelle de coût de type 4D-variationnelle en utilisant le modèle direct et son adjoint.